

第4讲 二次函数的实际应用(练习)

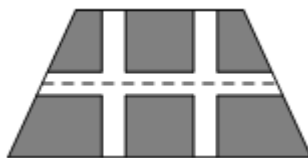
一、面积问题

练习

1. 如图，小区规划在一个长 $80m$ ，宽 $40m$ 的长方形草坪上修建三条同样宽的甬道，使其中两条与 AB 平行，另一条与 BC 平行，场地的其余部分种草，甬道的宽度为 am .



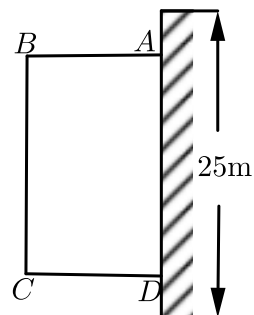
- (1) 用含 a 的代数式表示草坪的总面积 S ；
- (2) 如果每一块草坪的面积都相等，且甬道的宽为 $1m$ ，那么每块草坪的面积是多少平方米？
2. 如图，要设计一个等腰梯形的花坛，花坛上底长 120 米，下底长 180 米，上下底相距 80 米，在两腰中点连线（虚线）处有一条横向甬道，上下底之间有两纵向甬道，各甬道的宽度相等．设甬道的宽为 x 米．



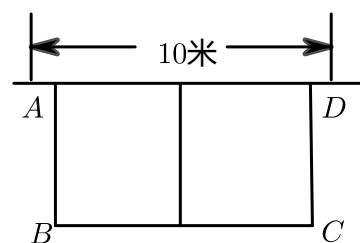
- (1) 用含 x 的式子表示横向甬道的面积为 _____ 平方米．
- (2) 当三条甬道的面积是梯形面积的八分之一时，求甬道的宽．
- (3) 根据设计的要求，甬道的宽不能超过 6 米.如果修建甬道的总费用（万元）与甬道的宽度成正比例关系，比例系数是 5.7 ，花坛其余部分的绿化费用为每平方米 0.02 万元，那么当甬道的宽度为多少米时，所建花坛的总费用最少？最少费用是多少万元？

练习

3. 为了改善小区环境，某小区决定要在块一边靠墙（墙长25m）的空地上修建一个矩形绿化带 $ABCD$ ，绿化带一边靠墙，其它三边用总长为60米栅栏围住（如图），若设绿化带的 BC 边长为 x 米，绿化带的面积为 y 平方米。



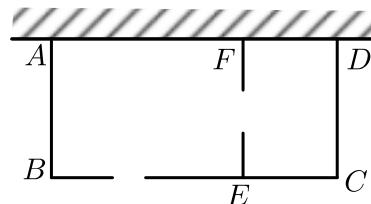
- (1) 求 y 与 x 的函数关系式。
 - (2) 直接写出自变量的取值范围。
 - (3) 是否存在绿化带 BC 的长的某个值，使得绿化带的面积为450平方米？若存在，求出这个值；若不存在，请说明理由。
4. 如图，有长为24米的篱笆，一面利用墙（墙的最大可用长度为10米），围成中间隔有一道篱笆的长方形花圃，设花圃的宽 AB 为 x 米，面积为 S 米²。



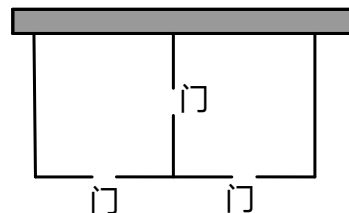
- (1) 求 S 与 x 的函数关系式。
- (2) 如果要围成面积为45m²的花圃， AB 的长是多少米？
- (3) 能围成面积比45m²更大的花圃吗？如果能，请求出最大面积，并说明围法；如果不能，请说明理由。

练习

5. 一农户用篱笆及一面墙（该墙可用最大长度为36米）围成一个矩形场地 $ABCD$ ，该场地中间隔有一道与 AB 平行的篱笆（ EF ），如图， BE 、 EF 上各留有1米宽的门（门不需要篱笆），该农户共用篱笆58米，设该矩形的一边 AB 长 x 米， $AD > AB$ ，矩形 $ABCD$ 的面积为 S 平方米，



- (1) 求出 S 与 x 的函数关系式，直接写出自变量 x 的取值范围．
 - (2) 若矩形 $ABCD$ 的面积为252平方米，求 AB 的长．
 - (3) 怎样围才能是围成的场地面积最大？最大面积是多少？
6. 某农场拟建两间矩形饲养室，一面靠现有墙（墙足够长），中间用一道墙隔开，并在如图所示的三处各留1m宽的门，已知计划中的材料可建墙体（不包括门）的总长为27m，求饲养室占地的最大面积是多少．



二、利润问题

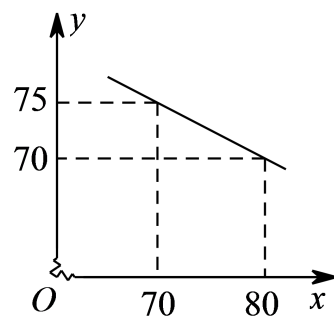
练习

7. 某商品的进价为每件20元，售价为每件30元，每个月可卖出180件；如果每件商品的售价每上涨1元，则每个月就会少卖出10件，但每件售价不能高于35元，设每件商品的售价上涨 x 元（ x 为整数），每个月的销售利润为 y 元．
- （1）求 y 与 x 的函数关系式，并直接写出自变量 x 的取值范围；
 - （2）每件商品的售价为多少元时，每个月可获得最大利润？最大利润是多少？
 - （3）每件商品的售价定为多少元时，每个月的利润恰好是1920元？
8. 某商品的进价为每件20元，售价为每件25元时，每天可卖出250件．市场调查反映：如果调整价格，一件商品每涨价1元，每天要少卖出10件．
- （1）求出每天所得的销售利润 w （元）与每件涨价 x （元）之间的函数关系式．
 - （2）求销售单价为多少元时，该商品每天的销售利润最大．
 - （3）商场的营销部在调控价格方面，提出了A，B两种营销方案．
方案A：每件商品涨价不超过5元．
方案B：每件商品的利润至少为16元．
请比较哪种方案的最大利润更高，并说明理由．

练习

9. 某水果批发商销售每箱进价为40元的苹果，物价部门规定每箱售价不得高于55元，市场调查发现，若每箱以50元的价格销售，平均每天销售90箱，价格每提高1元，平均每天少销售3箱．
- (1) 求平均每天销售量 y 箱与销售价 x 元/箱之间的函数关系式．
 - (2) 求该批发商平均每天的销售利润 w (元) 与销售价 x (元/箱)之间的函数关系式．
 - (3) 当每箱苹果的销售价为多少元时，可以获得最大利润？最大利润是多少？
10. 小李在景区销售一种旅游纪念品，已知每件进价为6元，当销售单价定为8元时，每天可以销售200件，市场调查反映：销售单价每提高1元，日销量将会减少10件，物价部门规定：销售单价不能超过12元，设该纪念品的销售单价为 x (单位：元)，日销量为 y (单位：件)，日销售利润为 w (单位：元)．
- (1) 求 y 与 x 的函数关系式．
 - (2) 要使日销售利润为720元，销售单价应定为多少元？
 - (3) 求日销售利润 w (单位：元) 与销售单价 x (单位：元) 的函数关系式，当 x 为何值时，日销售利润最大，并求出最大利润．

11. 为早日实现脱贫奔小康的宏伟目标，我市结合本地丰富的山水资源，大力发展旅游业，王家庄在当地政府的支持下，办起了民宿合作社，专门接待游客，合作社共有80间客房．根据合作社提供的房间单价 x （元）和游客居住房间数 y （间）的信息，乐乐绘制出 y 与 x 的函数图象如图所示．



- (1) 求 y 与 x 之间的函数关系式．
- (2) 合作社规定每个房间价格不低于60元且不超过150元，对于游客所居住的每个房间，合作社每天需支出20元的各种费用，房价定为多少时，合作社每天获利最大？最大利润是多少．

练习

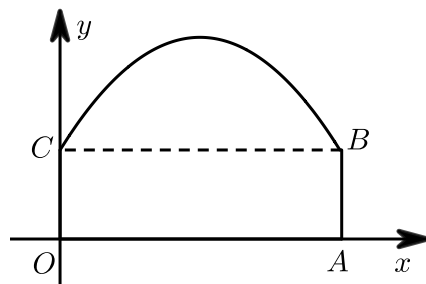
12. 某商场销售一种小商品，每件进货价为190元．调查发现，当销售价为210元时，平均每天能销售8件；当销售价每降低2元时，平均每天就能多销售4件．设每件小商品降价 x 元，平均每天销售 y 件．
- (1) 直接写出 y 与 x 之间的函数关系式（不必写出 x 的取值范围）．
- (2) 商场要想使这种小商品平均每天的销售利润达到280元，求每件小商品的销售价应定为多少元？
- (3) 设每天的销售总利润为 w 元，求 w 与 x 之间的函数关系式；每件商品降价多少元时，每天的总利润最大？最大利润是多少？

13. 某服装超市购进单价为30元的童装若干件，物价部门规定其销售单价不低于每件30元，不高于每件60元．销售一段时间后发现：当销售单价为60元时，平均每月销售量为80件，而当销售单价每降低10元时，平均每月能多售出20件．同时，在销售过程中，每月还要支付其他费用450元．设销售单价为 x 元，平均月销售量为 y 件．
- (1) 求出 y 与 x 的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围．
 - (2) 当销售单价为多少元时，销售这种童装每月可获利1800元？
 - (3) 当销售单价为多少元时，销售这种童装每月获得利润最大？最大利润是多少？

三、拱桥问题

练习

14. 如图，隧道的截面由抛物线和长方形OABC构成，长方形的长OA是12m，宽OC是4m，按照图中所示的平面直角坐标系，抛物线可以用 $y = -\frac{1}{6}x^2 + bx + c$ 表示．在抛物线型拱壁上需要安装两排灯，使它们离地面的高度相等，如果灯离地面的高度不超过8m，那么两排灯的水平距离最小是（ ）．



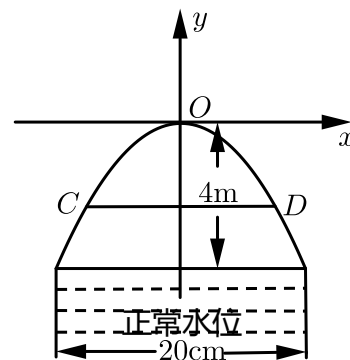
A. 2m

B. 4m

C. $4\sqrt{2}$ m

D. $4\sqrt{3}$ m

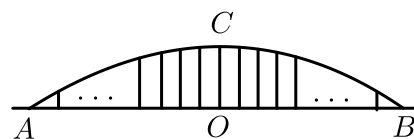
15. 在一座抛物线型拱桥，正常水位时，桥下水面宽度为20m，拱顶距水面4m，此时，桥下的水深为2m，为保证过往船只顺利航行，桥下水面宽度不得小于18m，求水深超过多少米时，就会影响过往船在桥下顺利航行？



16. 图①中是一座钢管混凝土系杆拱桥，桥的拱肋 ACB 可视为抛物线的一部分（如图②），桥面（视为水平的）与拱肋用垂直于桥面的系杆连接，测得拱肋的跨度 AB 为200米，与 AB 中点 O 相距20米处有一高度为48米的系杆．



图①



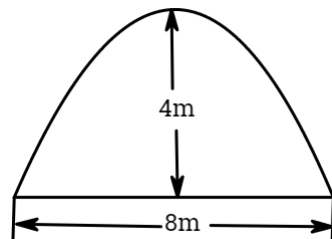
图②

- (1) 求正中间系杆 OC 的长度．
- (2) 若相邻系杆之间的间距均为5米（不考虑系杆的粗细），则是否存在一根系杆的长度恰好是 OC 长度的一半？请说明理由．

练习

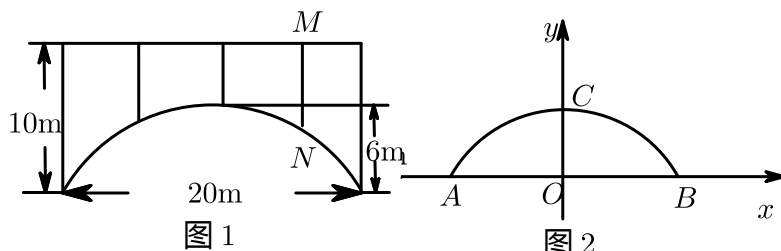
17. 解答：

- (1) 一辆宽2米的货车要通过跨度为8米，拱高为4米的单行抛物线隧道（从正中通过），为保证安全，车顶左右两侧离隧道的垂直距离至少要0.5米，求货车的限高为多少？



- (2) 若将(1)中的单行道改为双行道，即货车必须从隧道中线的右侧通过，求货车的限高应是多少？

18. 一座拱桥的轮廓是抛物线型(如图1所示)，拱高6m，跨度20m，相邻两支柱间的距离均为5m。



- (1) 将抛物线放在所给的直角坐标系中(如图2所示)，其表达式是 $y = ax^2 + c$ 的形式。请根据所给的数据求出 a ， c 的值。
- (2) 求支柱 MN 的长度。
- (3) 拱桥下地平面是双向行车道(正中间是一条宽2m的隔离带)，其中的一条行车道能否并排行驶宽2m、高3m的三辆汽车（汽车间的间隔忽略不计）？请说说你的理由。

四、 轨迹问题

练习

19. 运动会上，某运动员掷铅球时，所掷的铅球的高 $y(\text{m})$ 与水平的距离 $x(\text{m})$ 之间的函数关系式为

$$y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}, \text{ 则该运动员的成绩是 () .}$$

A. 6m

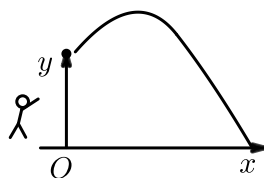
B. 12m

C. 8m

D. 10m

20. 一名男生推铅球，铅球行进高度 y (单位：m) 与水平距离 x (单位：m) 之间的关系是

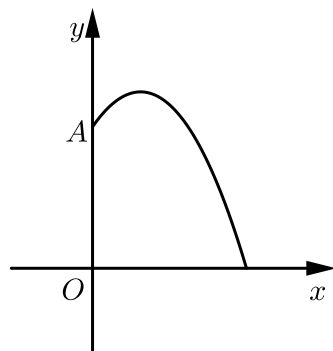
$$y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}, \text{ 铅球运行路线如图.}$$



(1) 求铅球推出的水平距离 .

(2) 求铅球行进的最大高度 .

21. 如图是某公园一喷水池，在水池中央有一垂直于地面的喷水柱，喷水时，水流在各方向沿形状相同的抛物线落下．若水流喷出的高度 $y(\text{m})$ 与水平距离 $x(\text{m})$ 之间的函数关系式为 $y = -(x - 1)^2 + 2.25$

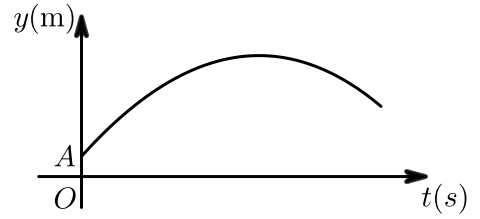


(1) 求喷出的水流离地面的最大高度 .

(2) 求喷嘴离地面的高度 .

(3) 若把喷水池改成圆形，那么水池半径至少为多少时，才能使喷出的水流不落在水池外？

22. 如图，某足球运动员站在点 O 处练习射门，将足球从离地面 0.5m 的 A 处正对球门踢出（点 A 在 y 轴上），足球的飞行高度 y （单位： m ）与飞行时间 t （单位： s ）之间满足函数关系 $y = at^2 + 5t + c$ ，已知足球飞行 0.8s 时，离地面的高度为 3.5m 。



- (1) 足球飞行的时间是多少时，足球离地面最高？最大高度是多少？
- (2) 若足球飞行的水平距离 x （单位： m ）与飞行时间 t （单位： s ）之间具有函数关系 $x = 10t$ ，已知球门的高度为 2.44m ，如果该运动员正对球门射门时，离球门的水平距离为 28m ，他能否将球直接射入球门？